**Сфера и шар**

**1. Основные теоретические факты**

По аналогии с окружностью сферу рассматривают как множество всех точек равноудалённых от заданной точки, но только всех точек не плоскости, а пространства.



Рисунок 1 – Сфера с центром в точке О и радиусом R

Данная точка О называется **центром** сферы, а заданное расстояние – **радиусом** сферы (обозначается R). Любой отрезок, соединяющий центр и какую-нибудь точку сферы, также называется радиусом сферы. Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через центр, называется **диаметром** (обозначается D). D=2R.

**Сферой** называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на заданном расстоянии от данной точки, которую называют **центром**.

**Определение**

Тело, ограниченное сферой, называется **шаром.**

Шар можно описать и иначе. **Шаром** радиуса R с центром в точке О называется тело, которое содержит все точки пространства, расположенные от точки О на расстоянии, не превышающем R (включая О), и не содержит других точек.

Сферу можно получить ещё одним способом - вращением полуокружности вокруг её диаметра, а шар – вращением полукруга вокруг его диаметра.

**2. Уравнение сферы**

Прежде чем вывести уравнение сферы введем понятие уравнения поверхности в пространстве. Для этого рассмотрим прямоугольную систему координат Oxyz и некоторую поверхность F. Уравнение с тремя переменными x, y, z называется уравнением поверхности F, если этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки поверхности F и не удовлетворяют координаты никакой другой точки.

Пусть сфера имеет центром точку С (x0; y0; z0) и радиус R. Расстояние от любой точки М (x; y; z) до точки С вычисляется по формуле:

МС=

Исходя из понятия уравнения поверхности, следует, что если точка М лежит на данной сфере, то МС=R, или МС2=R2, то есть координаты точки М удовлетворяют уравнению:

.

Это выражение называют уравнением сферырадиуса R и центром С(x0; y0; z0).

**3. Взаимное расположение сферы и плоскости**

Взаимное расположение сферы и плоскости зависит от соотношения между радиусом сферы R и расстояния от центра сферы до плоскости d.

1. Пусть dR. Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, тогда сфера и плоскость пересекаются, и сечение сферы плоскостью есть окружность.

2. Пусть d=R. Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы тогда сфера и плоскость имеют только одну общую точку, и в этом случае говорят, что плоскость касается сферы.

3. Пусть dR. Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.

Рассмотрим случай касания более подробно.

**Определение**

Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью к сфере, а их общая точка – точкой касания.

**Теорема** (свойство касательной плоскости).

Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости**.**

**Теорема** (признак касательной плоскости):

Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащей на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

**4. Основные формулы**

Соотношение между радиусом сферы, радиусом сечения и расстоянием от центра сферы до плоскости сечения:



Формула для вычисления площади поверхности сферы и ее элементов:

S=4πR2 – площадь сферы.

S = 2πRh – площадь поверхности сегмента сферы радиуса R с высотой h.

 – площадь поверхности сектора с высотой h.

**Примеры заданий:**

**1.**Площадь сечения шара, проходящего через его центр, равна 9 кв. м. Найдите площадь поверхности шара.

Ответ: 36

**2.**Вычислите радиус круга, площадь которого равна площади сферы радиуса 5.

Ответ: 10.

3. Все стороны треугольника АВС касаются сферы радиуса 5. Найти расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если АВ=13, ВС=14, СА=15

Ответ: 3.

4. Вершины прямоугольника лежат на сфере радиуса 10. Найти расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16.

Ответ: 6.